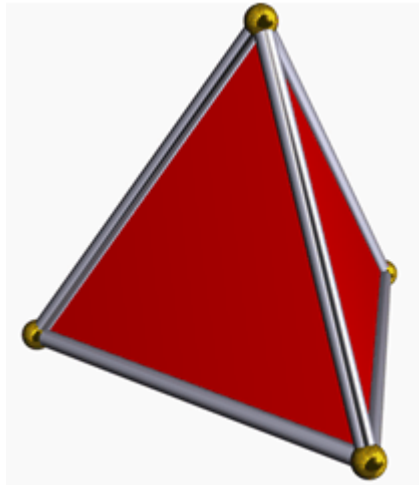


SUB14 - Problema 3

Números num tetraedro



Distribuíram-se quatro números pares consecutivos pelos vértices de um tetraedro. A cada face foi atribuído o número que resultou da soma dos três números colocados nos vértices que definem a respectiva face. Depois somaram-se os números que ficaram atribuídos às faces do tetraedro e o total deu 132.

Quais foram os números que foram colocados nos vértices do tetraedro?

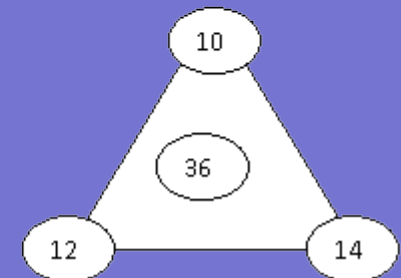
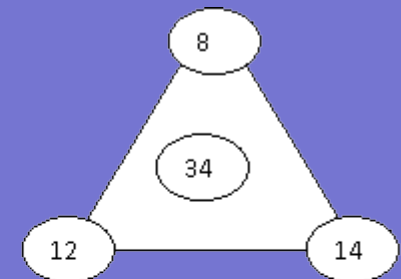
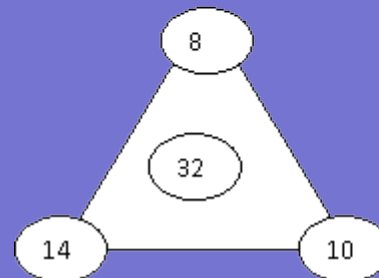
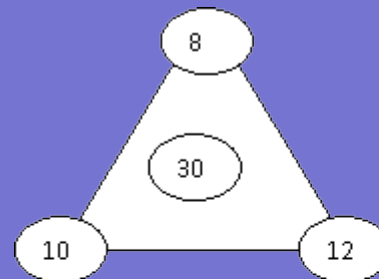
RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de rectificar pormenores de linguagem ou de correcção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Leonard Seara de Sá,

EBI/JI de Montenegro

- Os números que estão nos vértices são pares e somando números pares obtemos números pares. Por os números serem pares consecutivos, as suas somas também dão números consecutivos. Dando atenção a estes critérios, os únicos números que servem são 30, 32, 34 e 36, porque a soma destes quatro números é 132 ($30+32+34+36=132$).
- Agora para saber os números que se encontram nos vértices, irei fazer por tentativa e erro.
- Não são os números 2, 4, 6 e 8 pois a soma de 2, 4 e 6 dá 16 e não há nenhuma face com 16.
- Não são os números 4, 6, 8 e 10 pois a soma de 4, 6 e 8 dá 18 e não há nenhuma face com 18.
- Não são os números 6, 8, 10 e 12 pois a soma de 6, 8 e 10 dá 22 e não há nenhuma face com 22.
- São os números 8, 10, 12 e 14 pois:



Miguel Dias Coelho,

EB 2,3 Damião de Odemira

Resolução:

Há 4 faces num tetraedro, portanto se a soma dos números de todas as faces é 132 a média dos números das faces é 33.

Como são números pares consecutivos, para dar média de 33 os números são 30, 32, 34 e 36.

Se cada face tem 3 vértices, então $33:3=11$ e portanto a média dos números dos vértices é 11 e logo os números são 8, 10, 12, 14.

$$8+10+12=30$$

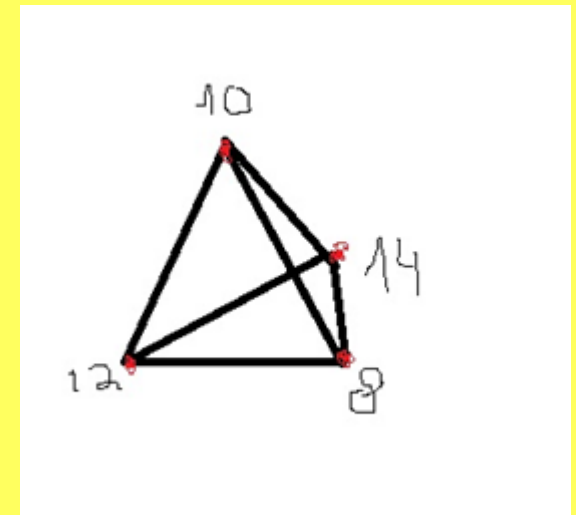
$$8+10+14=32$$

$$8+12+14=34$$

$$10+12+14=36$$

Resposta:

Os números usados nos vértices foram 8, 10, 12 e 14.



Joana Guerreiro,

ES/3 Manuel da Fonseca, Santiago do Cacém

Eu cheguei à resposta por tentativas.

As tentativas em que eu pensei foram:

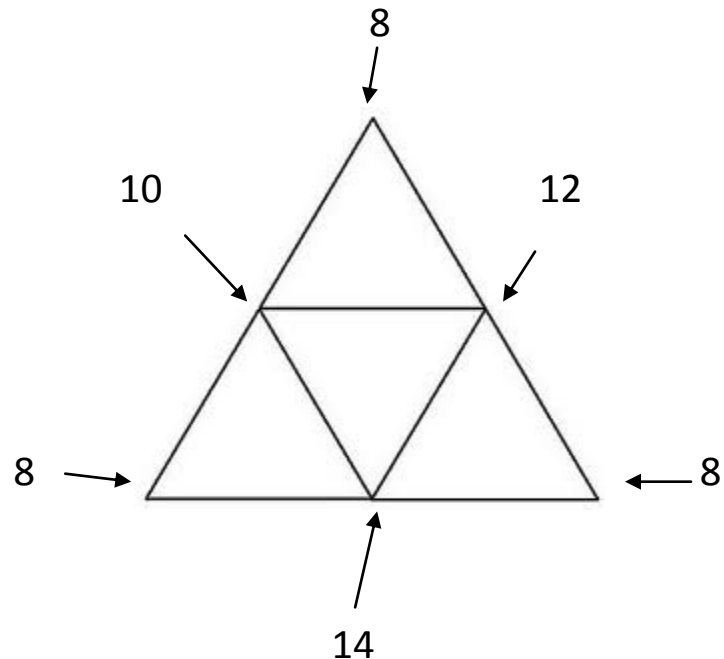
4,6,8,10 ➡ Não deu resultado pois a soma só dava 84

6,8,10,12 ➡ Não deu resultado pois a soma só dava 108

8,10,12,14 ➡ Deu resultado e vou mostrar como:

$$(8+10+12)+(8+10+14)+(8+12+14)+(10+12+14)=30+32+34+36=132$$

Resposta: os números que foram colocados nos vértices foram o 8, o 10, o 12 e o 14.



EB 2,3 José Régio, Portalegre

Resolução no Excel:

M3														
	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
4														
5			V1	V2	V3	V4	F1	F2	F3	F4	Soma F			
6			2	4	6	8	12	18	16	14	60			
7			4	6	8	10	18	24	22	20	84			
8			6	8	10	12	24	30	28	26	108			
9			8	10	12	14	30	36	34	32	132			
10			10	12	14	16	36	42	40	38	156			
11			12	14	16	18	42	48	46	44	180			
12			14	16	18	20	48	54	52	50	204			
13			16	18	20	22	54	60	58	56	228			
14			18	20	22	24	60	66	64	62	252			
15			20	22	24	26	66	72	70	68	276			
16			22	24	26	28	72	78	76	74	300			
17			24	26	28	30	78	84	82	80	324			
18			26	28	30	32	84	90	88	86	348			
19			28	30	32	34	90	96	94	92	372			
20			30	32	34	36	96	102	100	98	396			
21			32	34	36	38	102	108	106	104	420			
22			34	36	38	40	108	114	112	110	444			
23			36	38	40	42	114	120	118	116	468			
24			38	40	42	44	120	126	124	122	492			
25			40	42	44	46	126	132	130	128	516			
26														
27			Legenda:											
28			V1 - número colocado no vértice 1											
29			V2 - número colocado no vértice 2											
30			V3 - número colocado no vértice 3											
31			V4 - número colocado no vértice 4											
32			F1 - número atribuído à face 1											
33			F2 - número atribuído à face 2											
34			F3 - número atribuído à face 3											
35			F4 - número atribuído à face 4											
36			Soma F - soma dos números atribuídos às faces											
37														
38			RESPOSTA: Nos vértices do tetraedro foram colocados os números: 8, 10, 12 e 14.											
39														
40														

Ricardo Espadinha,

EB 2,3 Eng. Duarte Pacheco, Loulé

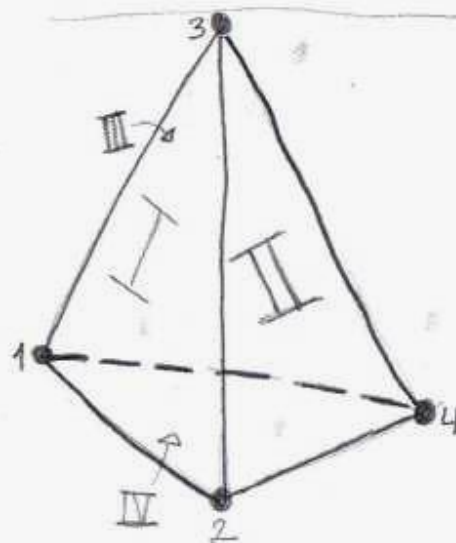
$$\begin{aligned}2x + (2x+2) + (2x+4) + (2x+6) &= 132 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2x + 2x + 2 + 2x + 4 + 2x + 6 &= 132 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8x + 12 &= 132 \Leftrightarrow 8x = 132 - 12 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 8x = 120 \Leftrightarrow \frac{8x}{8} &= \frac{120}{8} \Leftrightarrow x = 15\end{aligned}$$

$$\text{FACE I} \Rightarrow 2 \times 15 = 30$$

$$\text{FACE II} \Rightarrow 2 \times 15 + 2 = 32$$

$$\text{FACE III} \Rightarrow 2 \times 15 + 4 = 34$$

$$\text{FACE IV} \Rightarrow 2 \times 15 + 6 = 36$$



Supondo que a FACE I corresponde ao $m^2 30$, consigo obter o m^2 de 3 vértices...

$$2x + (2x+2) + (2x+4) = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x + 6 = 30 \Leftrightarrow 6x = 30 - 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{6} = \frac{24}{6} \Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{VERTICE 1} \rightarrow 2 \times 4 = 8$$

$$\text{VERTICE 2} \rightarrow 2 \times 4 + 2 = 10$$

$$\text{VERTICE 3} \rightarrow 2 \times 4 + 4 = 12$$

... Então só falta saber 1 vértice...

$$8 + 12 + x = 34 \Leftrightarrow 20 + x = 34 \Leftrightarrow x = 34 - 20 \Leftrightarrow x = 14$$

$$\text{Vértice 1} \rightarrow 8$$

$$\text{Vértice 2} \rightarrow 10$$

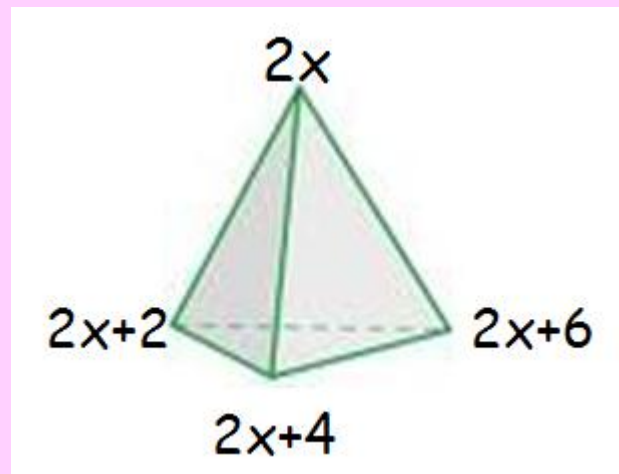
$$\text{Vértice 3} \rightarrow 12$$

$$\text{Vértice 4} \rightarrow 14$$

R.: Nos vértices do tetraedro foram colocados os números 8, 10, 12 e 14.

Orlando Silva e Jéssica Rodrigues,

EB 2,3 Dr. João Lúcio, Olhão



- Soma dos vértices de cada face

Face 1:

$$2x + 2x+6 + 2x+4 = 2x + 2x + 2x + 6 + 4 = 6x + 10$$

Face 2:

$$2x + 2x+2 + 2x+4 = 2x + 2x + 2x + 2 + 4 = 6x + 6$$

Face 3:

$$2x+2 + 2x+4 + 2x+6 = 2x + 2x + 2x + 2 + 4 + 6 = 6x + 12$$

Face 4:

$$2x + 2x+2 + 2x+6 = 2x + 2x + 2x + 2 + 6 = 6x + 8$$

- A soma dos números de todas as faces é igual a 132.

$$6x+10 + 6x+12 + 6x+6 + 6x+8 = 24x+ 36$$

$$24x + 36 = 132$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$

- Concretização da variável

Os números atribuídos aos vértices foram:

8; 10; 12; 14.

Luís Tavares, Joana Duarte e Denis Voicu

EB 2,3 Dr. José Neves Júnior, Faro

A	B	C	D	A+B+C	A+B+D	B+C+D	A+C+D	Somatório
2	4	6	8	12	14	18	16	60
4	6	8	10	18	20	24	22	84
6	8	10	12	24	26	30	28	108
8	10	12	14	30	32	36	34	132
10	12	14	16	36	38	42	40	156
12	14	16	18	42	44	48	46	180

Os números correspondentes aos vértices A, B, C e D são 8, 10, 12 e 14.

Tomás Simes

Colégio Internacional de Vilamoura

De acordo com o problema distribuíram-se quatro números pares consecutivos pelos vértices de um tetraedro. Então eu comecei pelos números consecutivos mais baixos (2,4,6,8). Reparando que os números eram muito pequenos, fui subindo (os números consecutivos) até que as somas dos grupos de três vértices do tetraedro dessem números (as faces do tetraedro) que somados entre si dessem 132, conforme o esquema seguinte.

The diagram shows a tetrahedron with four vertices and four triangular faces. The numbers at the vertices are 8, 10, 12, and 14. The sums of the numbers at the vertices of each face are calculated and shown next to the face. The sum of the numbers at the vertices of the top-left face is 8 + 10 + 14 = 32. The sum of the numbers at the vertices of the top-right face is 12 + 10 + 8 = 30. The sum of the numbers at the vertices of the bottom-left face is 12 + 14 + 10 = 36. The sum of the numbers at the vertices of the bottom-right face is 12 + 14 + 8 = 34. The sum of these four face sums is 32 + 36 + 30 + 34 = 132, which is shown in a blue circle.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} 8 + 10 + 14 \\ \hline = \\ 32 \end{array} \\ \begin{array}{c} 12 + 10 + 8 \\ \hline = \\ 30 \end{array} \\ \begin{array}{c} 12 + 14 + 10 \\ \hline = \\ 36 \end{array} \\ \begin{array}{c} 12 + 14 + 8 \\ \hline = \\ 34 \end{array} \end{array} = 132$$

Márcio Guerreiro Miguel,

EB 2,3 João de Deus, Messines

Depois de ler o enunciado, constatei que para resolver o problema deveria descobrir os números dos vértices, de seguida somá-los e por fim somar os resultados e descobrir se a soma resultava no número 132.

Depois de várias tentativas e insucessos (**Que são inúmeros e não os vou colocar a todos :D**) encontrei para os vértices os **números consecutivos 10, 12, 14 e 16** e o resultado é este. Fiz a planificação do tetraedro e os pontos **•** são exactamente o mesmo vértice, para não haver dúvidas.

